

Il teorema di Nobili e la natura dell'azione a distanza.

G. Tarozzi

Istituto per i Beni Culturali della Regione Emilia-Romagna - Bologna

1. Questo contributo alle celebrazioni del bicentenario della nascita di Leopoldo Nobili, insigne fisico sperimentale e, come vedremo, non soltanto sperimentale, si propone di affrontare due questioni di natura estremamente diversa, ma strettamente collegate, almeno per chi ritenga, come il presente autore, che la storia della fisica, come quella di ogni altra scienza, non possa fare a meno di confrontarsi con lo stato delle attuali conoscenze del mondo empirico e con il relativo grado di elaborazione teorica e concettuale, che costituiscono, a nostro parere, l'inevitabile termine di paragone per una soddisfacente analisi critica delle teorie, dei concetti e delle ipotesi che li hanno preceduti.

Scopo di questo lavoro è infatti, da un lato, la discussione di un non banale teorema di fisica-matematica proposto da Nobili sulla natura dell'azione a distanza che evidenzia, come vedremo, l'irriducibilità dell'opera dello scienziato reggiano nell'ambito di una fisica meramente qualitativa di tipo baconiano in cui assume centrale rilevanza il ruolo della strumentazione e vengono relegati sullo sfondo elaborazione teorica e formalizzazione matematica, dall'altro un breve esame delle problematiche connesse con quello che sembra un vero e proprio ritorno al concetto di azione a distanza nell'attuale formulazione della teoria quantistica.

Per prima cosa cercheremo di ricostruire analiticamente questo teorema, che Nobili dimostrò attraverso considerazioni di carattere esclusivamente geometrico, privilegiando l'intuitività nei confronti del rigore dell'argomentazione, secondo un approccio che vede nei *Principia* di Newton la massima e insuperata espressione della razionalità scientifica. Il teorema si propone di chiarire le modalità con cui si esercita l'attrazione tra due sistemi molecolari e più precisamente di stabilire se tale attrazione segua la stessa legge oppure una legge diversa (più o meno «rapida») dell'astronomica. La tesi dell'autore è sintetizzata nello stesso titolo della memoria in cui compare la dimostrazione del teorema: *Sopra l'identità dell'attrazione molecolare coll'astronomica*, e s'inserisce nel suo generale programma di unificazione delle leggi della fisica, sulla base del modello newtoniano di attrazione e repulsione. (Un'analoga tendenza all'elaborazione di teorie unitarie, in quest'ultimo caso non più ispirate al modello newtoniano, costituisce uno dei presupposti fondamentali dell'opera di Macedonio Melloni, che fu collaboratore di Nobili e dimostrò sperimentalmente l'identità tra radiazione luminosa e calore raggianti.) Nobili cerca quindi di dimostrare che l'azione a distanza tra due oggetti fisici, siano essi infinitamente piccoli, quali erano ad esempio per quei

tempi le molecole, o arbitrariamente grandi, come i corpi celesti, ha la duplice caratteristica di esercitarsi istantaneamente e con un'efficienza che diminuisce proporzionalmente all'aumentare del quadrato della distanza che separa tali oggetti.

Un simile concetto di azione a distanza che veniva già rifiutato, ai tempi di Nobili, dai sostenitori delle teorie dell'etere, alle quali finì per aderire successivamente lo stesso autore, fu definitivamente bandito prima dall'elettromagnetismo, con l'avvento della nozione di campo di Faraday e Maxwell, poi dalla meccanica, con la critica einsteiniana della simultaneità.

Alcuni recenti sviluppi delle ricerche sui fondamenti della teoria quantistica sembrano tuttavia, specialmente in questi ultimi anni, portare a un vero e proprio ritorno del concetto di azione a distanza nell'ambito del dominio delle scienze fisiche, dal quale sembrava essere stato per sempre esorcizzato. Si tratta di una tra le problematiche di fondamenti della fisica attualmente più dibattute. In questa sede ci proponiamo quindi soltanto di discutere due questioni che ci sembrano più direttamente connesse alle conclusioni del teorema di Nobili: in primo luogo cercheremo di stabilire se l'azione a distanza è direttamente implicata, analogamente a quanto avveniva in meccanica classica, dal formalismo della teoria quantistica, indipendentemente dalle interpretazioni filosofiche di tale formalismo; la seconda questione riguarda invece direttamente il tipo di azione a distanza che si eserciterebbe tra due microoggetti, nel caso che — a noi sembra molto poco probabile — l'esistenza di correlazioni a distanza istantanee fosse dimostrata sperimentalmente.

In quest'ultimo caso ci troveremo

semplicemente di fronte alla necessità di un ritorno a una fisica prerelativistica di tipo newtoniano nella quale verrebbero reintrodotti le attrazioni e repulsioni istantanee previste dal teorema di Nobili?

Nelle prossime sezioni cercheremo di dare una risposta a tali quesiti.

2. Scopo del teorema che ci apprestiamo ora ad esaminare è di ricondurre il meccanismo di azione a distanza tra molecole nei termini dell'attrazione gravitazionale tra ordinari corpi macroscopici, in contrasto con l'opinione che veniva sostenuta dai newtoniani secondo cui l'attrazione molecolare avrebbe seguito una legge «più rapida» dell'astronomica, e in particolare «quella che decresce secondo i cubi delle distanze»⁽¹⁾.

Quest'ultima opinione si fondava sul fatto che da un lato l'osservazione mostrava che nei fenomeni molecolari l'attrazione nel caso del contatto è incomparabilmente più forte di quella che ha luogo al di fuori di esso («stando difatti le molecole dei corpi con sensibile forza congiunte quando si toccano mentre non danno alcun segno di attrazione tosto che sieno spostate dal più piccolo intervallo»⁽¹⁾) e dall'altro un teorema di Newton aveva evidenziato che le attrazioni esercitate da una superficie sferica su un punto esterno ad essa sono sia nel caso del contatto, sia fuori di esso sempre *confrontabili* tra loro.

Con riferimento alla fig. 1, Newton aveva infatti dimostrato che quando ciascun punto della superficie sferica $AQBQ'$ attira un punto materiale M esterno ad esso con una forza inversa-

⁽¹⁾ L. NOBILI: *Sopra l'identità dell'attrazione molecolare coll'astronomica. Memoria fondamentale* (Modena, 1817), p. 7.

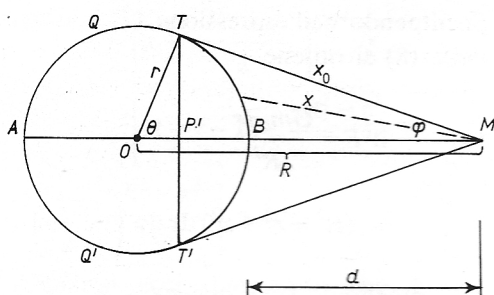


Fig. 1.

mente proporzionale al quadrato della rispettiva distanza, allora il punto M è sottoposto ad un'attrazione equivalente a quella di tutta la superficie sferica divisa per il quadrato della distanza di M dal centro della sfera. Più precisamente, posto $OB=r$ e $BM=d$, si ottiene per la forza attrattiva F della superficie $AQBQ'$

$$(1) \quad F = \frac{4\pi r^2}{(r+d)^2},$$

che applicato al caso del contatto, cioè per $d=0$, darà il valore

$$(2) \quad F' = \frac{4\pi r^2}{r^2}.$$

Considerando ora la proporzione

$$(3) \quad F:F' = \frac{4\pi r^2}{(r+d)^2} : \frac{4\pi r^2}{r^2} = \frac{1}{(r+d)^2} : \frac{1}{r^2},$$

si poteva dedurre che le attrazioni della superficie $AQBQ'$ sul punto M sono, sia nel caso del contatto sia nel caso che M si trovi a una certa distanza da essa, paragonabili tra loro, in contrasto con quanto avviene nei fenomeni molecolari.

Nobili si propone invece di dimostrare la sua tesi sull'identità delle due attrazioni:

«Se si troverà nel seguire la legge astronomica che le attrazioni delle molecole sono nel contatto e presso al contatto efficacissime, e fuor di lì di nessun valore sensibile, in allora ragion vorrà che nell'attrazione astronomica si riconosca la cagione de' fenomeni molecolari»⁽²⁾.

In questo contesto s'inserisce il suo teorema, il cui fine è di trovare e quindi confrontare le espressioni delle forze che agiscono sulle molecole nel caso del contatto e delle distanze apprezzabili dal contatto, e che fu dall'autore così enunciato:

«Se dopo aver condotto le tangenti MT, MT' dal punto M alla circonferenza $AQBQ'$, s'immagini un piano $TP'T'$ che passando pei punti di contatto TT' cada a perpendicolo sopra l'asse AB , questo piano dividerà la superficie $AQBQ'$ in due segmenti, l'uno anteriore TBT' , e l'altro posteriore TAT' , i quali agiranno colla stessa forza di attrazione sul punto M »⁽³⁾.

3. Nella nostra ricostruzione formale, con riferimento alla figura, consideriamo l'elemento di superficie in coordinate sferiche

$$ds = r^2 d \cos \theta d\varphi.$$

Ora, se con σ indichiamo la densità superficiale costante della sfera, la sua massa sarà data da

$$(4) \quad M = \iint \sigma r^2 d \cos \theta d\varphi = 4\pi r^2 \sigma.$$

L'attrazione su M dell'elemento di massa dm contenuto in dS può essere rappresentata dal vettore forza applicato in M , che ha due componenti:

⁽²⁾ *Ibid.*, p. 8.

⁽³⁾ *Ibid.*, p. 11.

a) una *radiale* di modulo

$$(5) \quad d^2F = Gm_0 \sigma r^2 \frac{d \cos \theta d\varphi}{x^2} \cos \phi,$$

ove m_0 è la massa del corpo posto in M , G la costante di gravitazione universale e r la distanza dal centro della sfera dell'elemento di superficie;

b) una *trasversale* che è però cancellata da una massa elementare dm posta simmetricamente (stesso r , stesso θ , e φ aumentato di π).

Come conseguenza del fatto che tutte le componenti trasversali si cancellano, la forza risultante sarà diretta verso il centro della sfera.

Tenendo conto che la distanza di M dal centro O della sfera è data da

$$(6) \quad R = x \cos \phi + r \cos \theta,$$

esprimendo $\cos \phi$ in termini di r e $\cos \theta$

$$\cos \phi = \frac{R - r \cos \theta}{x}$$

e sostituendo nella (5) avremo

$$(7) \quad d^2F = Gm_0(R - r \cos \theta) \cdot \frac{\sigma r^2 d \cos \theta d\varphi}{x^2}.$$

Esplicitiamo ora il rapporto tra x e $\cos \theta$ (con r fisso):

$$x^2 = R^2 + r^2 + 2Rr \cos \theta \rightarrow \\ \rightarrow \cos \theta = \frac{R^2 + r^2 - x^2}{2Rr},$$

perciò

$$(8) \quad \begin{cases} R - r \cos \theta = \frac{R^2 - r^2 + x^2}{2R}, \\ d \cos \theta = -\frac{x}{R^2} dx. \end{cases}$$

Sostituendo nell'espressione (7) i valori della (8) si ottiene

$$(9) \quad d^2F = \frac{Gm_0 \sigma r}{2R^2} \cdot (R^2 - r^2 + x^2) dx d\varphi \left(-\frac{1}{x^2} \right),$$

che integrando su φ diviene

$$(10) \quad dF = \frac{\pi Gm_0 \sigma r}{R^2} \frac{R^2 - r^2 + x^2}{x^2} dx.$$

Consideriamo ora il caso della tangente esaminato da Nobili, nel quale x_0 è il valore di x corrispondente a tale posizione:

$$x_0 = \sqrt{R^2 - r^2}.$$

Dimostriamo ora l'uguaglianza tra le due forze di Nobili F_1 e F_2 esercitate dalla massa posta in M su TBT' e TAT' rispettivamente. Ponendo per semplicità

$$\frac{\pi Gm_0 \sigma r}{R^2} = \gamma,$$

avremo nel caso di F_1

$$F_1 = \gamma \int_{R-r}^{x_0} dx \left(\frac{R^2 - r^2}{x^2} + 1 \right) = \\ = \gamma \left[x - \frac{R^2 - r^2}{x} \right]_{R-r}^{x_0} = \\ = \gamma \left[x_0 - R + r - (R^2 - r^2) \cdot \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{R-r} \right) \right] = 2r\gamma.$$

Calcoliamo ora il valore di F_2

$$F_2 = \gamma \int_{x_0}^{R-r} dx \left(\frac{R^2 - r^2}{x^2} + 1 \right) =$$

$$\begin{aligned}
 &= \gamma \left[x - \frac{R^2 - r^2}{x} \right]_{x_0}^{R+r} = \\
 &= \gamma \left[R + r - x_0 - \frac{R^2 - r^2}{x^2} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{R^2 - r^2}{x_0} \right] = 2r\gamma.
 \end{aligned}$$

Abbiamo così dimostrato che $F_1 = F_2$ giungendo alle conclusioni che Nobili si proponeva di dimostrare:

«La forza attrattiva del segmento anteriore TBT' uguaglia quella del segmento posteriore TAT' (...)»⁽³⁾.

4. Grazie a questa dimostrazione riesce quindi facile, qualunque sia la posizione del punto M rispetto alla superficie sferica $AQBQ'$, determinare sopra questa stessa superficie i due segmenti che esercitano un'uguale forza di attrazione su M . Infatti «il cono che ha per vertice il punto M e per lati tutte le tangenti che dal punto M si possono guidare alla superficie $AQBQ'$, traccia su questa superficie la linea di separazione fra i due segmenti d'uguale forza attrattiva»⁽³⁾.

Un'importante conseguenza del teorema, come fece subito rilevare Nobili, è costituita dal fatto che, via via che il punto M si avvicina al punto B scorrendo sopra BM , noi vediamo «di mano in mano diminuire i segmenti anteriori e crescere i posteriori. Laonde concludiamo che l'estensione del segmento anteriore cala a misura che il punto M s'avvicina alla superficie $AQBQ'$ »⁽³⁾.

Questo significa che, quando il punto M arriverà a toccare la superficie in B , avremo allora «tutto il segmento anteriore concentrato nel punto di contatto B , e l'attrazione di questo solo punto equivarrà a quella di tutti gli altri punti della superficie presi insieme»⁽⁴⁾.

⁽⁴⁾ *Ibid.*, p. 12.

Un tale risultato viene dall'autore esteso alle molecole con la seguente argomentazione che riportiamo integralmente.

«Ora se l'attrazione astronomica è cagione di siffatti effetti riguardo ai punti materiali, è pur forza che sia cagione d'altrettanto rispetto alle molecole de' corpi. Imperciocché ciò che vale pei punti materiali, vale eziandio per le molecole. Infatti le molecole sono corpuscoli, corpi cioè immensamente piccoli. Nel caso del contatto adunque tutti i punti esistenti in detti corpicciuoli (di qualunque forma si sieno) saranno sommamente vicini, e quindi eserciteranno delle forze d'attrazione straordinariamente più possenti di quelle che eserciterebbero se le molecole, in cui si trovano, venissero scostate di sensibile intervallo. Sarà per conseguenza fra le intere molecole come fra i semplici punti l'attrazione del contatto *incomparabile* con quella che ha luogo a distanze finite dal contatto»⁽⁵⁾.

Nobili applica infine il risultato del suo teorema alla confutazione della tesi dei newtoniani che l'attrazione molecolare segue una legge più rapida dell'astronomica. A questo scopo egli prende in considerazione la legge della «ragion inversa de' cubi», che anche grazie alla sua semplicità godeva, rispetto ad altre più «rapide», di una certa preferenza, e mostra con un'opportuna integrazione della (1) come in questo caso la forza di attrazione di tutta la superficie sferica sul punto M è data da

$$\begin{aligned}
 (11) \quad F = & \frac{2\pi r^2}{R(R-r)(R+r)} + \\
 & + \frac{\pi r}{R^2} \log \frac{R+r}{R-r},
 \end{aligned}$$

⁽⁵⁾ *Ibid.*, p. 15-16.

che nel caso del contatto, cioè quando $R=r$, assume un valore infinito, mentre è sempre finita al di fuori del contatto per $R > r$.

Ritorniamo ora alle conclusioni del teorema di Nobili secondo cui il segmento anteriore TBT' «bilancia», con la sua attrazione, quella del segmento posteriore TAT' . Questo significa che, se la legge di attrazione tra la superficie sferica ed M è più rapida dell'astronomica, noi avremo nel segmento anteriore TBT' concentrata una forza di attrazione maggiore di quella che viene esercitata da TAT' : «il punto M verrà tratto con più forza dal punto B che da tutto il rimanente della superficie sferica (...)»⁽⁶⁾ che in questo caso come abbiamo visto dovrebbe esercitare su M una forza infinita. Pertanto il punto B in cui si concentra più della metà di questa forza dovrà essere «desso pure animato da una forza infinita». Questo porterebbe, secondo Nobili, alla conclusione in contrasto con l'esperienza che i corpi solidi formati dal concorso di un numero immenso di molecole a contatto scambievolmente le une con le altre «possederebbero (...) una sì forte coerenza che non varrebbe alcuno de' nostri più possenti mezzi a superarla»⁽⁶⁾.

Prima di passare ad alcune brevi considerazioni sull'attuale ruolo dell'azione a distanza nella fisica contemporanea, vorrei concludere queste prime sezioni auspicando che questa ricostruzione del teorema di Nobili e delle sue implicazioni possa contribuire ad un più corretto inquadramento e a una più articolata valutazione della complessa personalità di questo scienziato, non certo esauribile nella sua, sia pure fondamentale, attività di costruttore di strumenti.

Accanto ad un Leopoldo Nobili tecnologo e sperimentatore riteniamo che debba essere riconosciuta anche l'esistenza di un Nobili teorico, la cui tesi sul primato della fisica sperimentale sulla matematica, di cui ha parlato più di un relatore a questo convegno, non aveva origine da una sottovalutazione del potere razionalizzatore del calcolo, né tantomeno, come nel caso della fisica qualitativa di Faraday e Oersted, da un'insufficiente preparazione fisico-matematica, quanto piuttosto da un approccio genuinamente empiristico ai fondamenti della fisica, che attribuisce alle procedure empiriche non soltanto il ruolo di conferma delle teorie proposte, ma anche quello di scoperta di nuove leggi, anche in assenza di sistematiche teorizzazioni, come avveniva del resto nelle ricerche sull'elettromagnetismo dei primi anni del XIX secolo, che vedono Nobili tra i suoi protagonisti.

Nello stesso tempo si evidenzia in termini molto precisi lo stretto ed inscindibile legame tra elaborazione concettuale, dibattito teorico e progresso tecnico-sperimentale che concorrono e cooperano già in quegli anni a porre le fondamenta dell'elettromagnetismo classico, che soltanto qualche decennio più tardi raggiungerà il suo più alto livello di sintesi nell'opera di Maxwell⁽⁷⁾.

5. La possibilità che l'avvento della teoria quantistica potesse segnare un ritorno al concetto di azione a distanza istantanea, che sembrava essere stato ormai definitivamente bandito dalle teorie relativistiche, fu acutamente sottolineata per la prima volta da Albert Einstein nel

⁽⁶⁾ *Ibid.*, p. 19.

⁽⁷⁾ E. AGAZZI: *Introduzione al Trattato di elettricità e magnetismo* di J.C. Maxwell (UTET, Torino, 1973).

corso del Congresso Solvay del 1927⁽⁸⁾, a neppure un anno di distanza dal momento in cui i principi d'indeterminazione e complementarità e l'interpretazione statistica della funzione d'onda avevano fornito il sostegno teorico fondamentale all'interpretazione di Copenhagen.

Einstein propose in quest'occasione uno dei suoi classici esperimenti mentali, nel quale veniva considerata una sorgente di particelle (fotoni o elettroni) posta di fronte a un diaframma dotato di una fenditura così piccola da produrre la diffrazione delle particelle sopra uno schermo semisferico collocato dietro la fenditura e rivestito di una pellicola fotografica, in modo tale da poter localizzare la posizione di arrivo delle particelle diffratte attraverso un effetto osservabile.

A questo punto Einstein considerò due diverse concezioni che potevano essere assunte nei confronti dell'interpretazione della teoria quantistica:

La concezione I, secondo la quale la descrizione data dalla funzione ψ delle onde di de Broglie e Schrödinger non rappresenta un elettrone individuale, ma corrisponde a un insieme di particelle distribuite nello spazio.

In tale prospettiva la teoria non fornisce quindi alcun tipo d'informazione sui processi fisici individuali, ma soltanto su un insieme composto da un'enorme quantità di processi elementari. Questo significa quindi che il modulo quadro della funzione $\psi(\mathbf{r})$ esprime la probabilità di trovare nella regione \mathbf{r} una qualche particella dell'insieme.

La concezione II, che corrisponde all'interpretazione di Copenhagen secondo la quale la meccanica quantistica rappre-

senta una teoria completa dei processi fisici individuali. Ciascuna particella che si propaga verso lo schermo rivelatore viene descritta da un pacchetto d'onde di piccola lunghezza e apertura angolare che, dopo la diffrazione, arriva in un preciso punto P dello schermo. In questo caso $|\psi(\mathbf{r})|^2$ esprimerà invece, secondo l'interpretazione di Born della funzione d'onda, la densità di probabilità che, a un dato istante, quella certa particella riveli la sua presenza in \mathbf{r} , e, fino a quando non è avvenuta alcuna localizzazione, la particella dovrà essere considerata come potenzialmente presente con probabilità quasi costante sull'intera superficie dello schermo.

In questo modo, secondo la concezione II, non appena la particella viene rivelata in un qualche punto P , la probabilità della sua presenza in un qualsiasi altro punto dello schermo diverso da P diventa istantaneamente zero.

Questo implicava per Einstein che «l'interpretazione secondo la quale $|\psi|^2$ esprime la probabilità che questa particella si trovi in una posizione determinata presuppone un meccanismo d'azione a distanza tutto particolare che impedisce che l'onda distribuita uniformemente nello spazio produca un'azione in due diverse posizioni dello schermo». Egli arrivava pertanto alla conclusione che l'interpretazione ortodossa della meccanica quantistica corrispondente alla concezione II «implica (...) una contraddizione con i postulati della relatività».

6. La tesi che l'interpretazione ortodossa della meccanica quantistica comporti la possibilità del propagarsi di azioni a distanza tra oggetti fisici collocati in due diverse regioni spazio-temporali è stata recentemente ripresa da Karl Popper. A conferma di questa tesi Popper ha

⁽⁸⁾ A. EINSTEIN: in *Electrons et Photons - Rapports et Discussions du 5^e Conseil de Physique Solvay* (Gauthier Villars, Paris, 1928), p. 255.

proposto un ingegnoso esperimento mentale⁽⁹⁾, che costituirebbe a suo parere una variante del famoso argomento di Einstein-Podolsky-Rosen.

In questo esperimento che egli ritiene concretamente realizzabile, nonostante siano state sollevate alcune significative obiezioni in proposito, l'autore considera una sorgente S che produce coppie di particelle che si propagano in direzioni opposte verso due schermi dotati, rispettivamente, di due fenditure A e B , di dimensione variabile dietro i quali si trovano due «batterie» di contatori disposti in modo da valutare l'ampiezza delle deviazioni subite da ciascuna particella. L'entità della deviazione sarà naturalmente sempre funzione della dimensione della fenditura, se accettiamo l'interpretazione non statistica di Heisenberg delle sue relazioni d'indeterminazione, secondo la quale, dato un qualsiasi microoggetto, la precisa determinazione di una delle due variabili coniugate, posizione e impulso, definite su esso, preclude un'altrettanto precisa determinazione dell'altra.

Questo significa, nella situazione sperimentale di Popper, che, nel caso in cui le fenditure siano strette, a causa della perturbazione cui è soggetto il loro impulso, le particelle subiranno forti deviazioni e saranno quindi rivelate dai contatori posti ai lati della fenditura, mentre, via via che allarghiamo la fenditura rinunciando alla precisa determinazione della posizione delle particelle, l'ampiezza delle deviazioni diminuirà progressivamente fino a scomparire, quando le particelle saranno rivelate dai contatori centrali.

⁽⁹⁾ K. R. POPPER: *Quantum Theory and the Schism in Physics* (Hutchinson, Londra, 1982), p. 27-30.

Popper suppone, a questo punto, che ciascuna coppia di particelle sia costituita da due sistemi correlati, che, come fu mostrato per la prima volta da Einstein, Podolsky e Rosen, sono descritti da una funzione d'onda che consente, sulla base della conoscenza del valore della posizione dell'uno, di prevedere con certezza e senza perturbarlo — naturalmente nell'ipotesi che non si abbia alcuna azione a distanza propagantesi istantaneamente tra tali sistemi fisici — il risultato di una corrispondente misura di posizione sull'altro.

L'autore propone quindi di restringere sensibilmente l'ampiezza della fenditura A , utilizzandola quindi come un rivelatore molto preciso della coordinata x della prima particella, e di ampliare invece enormemente le fenditure B , allo scopo di non perturbare l'impulso della seconda. Ora, grazie alla funzione d'onda di Einstein-Podolsky-Rosen, dal risultato della misura in A , non sapremo più soltanto l'esatta posizione della prima particella, con la quale abbiamo interagito perturbandone l'impulso, ma saremo anche in grado di stabilire con certezza l'esatta posizione della seconda senza interagire con essa. A questo punto viene quindi da chiedersi che cosa accadrà all'impulso della seconda particella, sulla quale non è stata compiuta alcuna operazione di misura.

La risposta di Popper è che, se si accetta l'interpretazione non statistica di Heisenberg delle relazioni d'indeterminazione di cui si è detto, la seconda particella dovrà subire istantaneamente una deviazione come conseguenza della misura compiuta sul primo sistema. Il suo impulso verrà quindi perturbato da un effetto propagantesi a velocità superluminale dal primo al secondo sistema in contrasto con i postulati della relatività.

Popper conclude quindi l'esposizione della sua argomentazione auspicando che la realizzazione del suo esperimento evidenzi l'assenza di una tale azione a distanza, confutando in questo modo l'interpretazione ortodossa delle relazioni d'indeterminazione.

7. Un interessante tentativo di dedurre la possibilità del propagarsi di azioni a distanza istantanee direttamente dal formalismo quantistico, e quindi indipendentemente dalle interpretazioni di tale teoria o dei suoi principi e concetti fondamentali, è stato compiuto da A. Garuccio e F. Selleri⁽¹⁰⁾.

La dimostrazione dei due autori si basa sulla differenza del valore dell'osservabile quanto-meccanica momento angolare totale quadrato

$$(12) \quad J^2 = (S + L)^2,$$

ove S ed L corrispondono rispettivamente allo spin e all'ordinario momento angolare, a seconda che esso venga calcolato sugli stati fattorizzabili di prima specie $|u_+v_- \rangle$, $|u_-v_+ \rangle$ oppure sugli stati non fattorizzabili di seconda specie, quale lo stato di singoletto $|\psi_s \rangle$.

Infatti, mentre sullo stato $|\psi_s \rangle$ abbiamo

$$(13) \quad \langle \psi_s | J^2 | \psi_s \rangle = 0,$$

nel caso della miscela fattorizzabile troviamo invece

$$(14) \quad \begin{cases} \langle u_+v_- | J^2 | u_+v_- \rangle = \hbar^2, \\ \langle u_-v_+ | J^2 | u_-v_+ \rangle = \hbar^2. \end{cases}$$

Gli autori considerano quindi due apparati di misura M_A e M_B posti lungo le direzioni di propagazione di due sistemi correlati di spin $\frac{1}{2} \alpha$ e β (prodotti dal decadimento di una particella P) in modo tale che M_A misuri la terza componente dello spin $S_{\alpha 3}$ di α al tempo t_A prima che M_B misuri $S_{\beta 3}$ su β al tempo t_B ($t_B > t_A$).

Come conseguenza della prima misura di $S_{\alpha 3}$ si avrà una riduzione del vettore di stato $|\psi_s \rangle$, che descriveva la coppia delle particelle prima dell'interazione, a uno degli stati $|u_+v_- \rangle$, $|u_-v_+ \rangle$ che implica in entrambi i casi un cambiamento sulla coppia (α, β) del valore di $\langle J^2 \rangle$ che passerà da 0 a \hbar^2 , a causa delle relazioni (13) e (14).

Per la legge di conservazione del momento angolare un corrispondente cambiamento avrà luogo sull'apparato misuratore M_A . In questo modo la seconda misura compiuta con M_B sul sistema β allo scopo di determinare $S_{\beta 3}$ non produrrà alcuna riduzione del vettore di stato dato che gli stati $|u_+v_- \rangle$, $|u_-v_+ \rangle$, uno dei quali descrive la coppia (α, β) , sono autostati di $S_{\beta 3}$ e, secondo la teoria quantistica, rimangono assolutamente imperturbati da questa seconda operazione di misura.

Tuttavia, se noi ora rimuoviamo o disattiviamo M_A , in questo caso sarà M_B che produrrà la riduzione del vettore di stato $|\psi_s \rangle$ alla miscela di stati fattorizzabili, con il conseguente cambiamento del valore di $\langle J^2 \rangle$ su quest'ultimo apparato.

Diviene pertanto possibile provocare una perturbazione sull'apparato M_B attraverso la disattivazione di M_A prima dell'istante t_A di rivelazione della particella α .

⁽¹⁰⁾ A. GARUCCIO e F. SELLERI: *Action at a distance in quantum mechanics*, *Epistemological Letters*, 24, 1 (1979); F. SELLERI: *Einstein locality and quantum mechanical long distance effects*, in *Dynamical Systems and Microphysics*, a cura di A. Blaquerie, F. Fehr e A. Marzollo (Springer, New York, N.Y., 1980).

Inoltre dato che l'intervallo $t_B - t_A$ può essere reso piccolo a piacere, mentre la distanza tra M_A e M_B può essere arbitrariamente aumentata, ci troviamo di fronte alla possibilità di una *propagazione istantanea di un segnale* da M_A a M_B , che parrebbe in questo caso una diretta conseguenza del formalismo quantistico.

8. Le argomentazioni sommariamente esposte nelle tre precedenti sezioni sembrerebbero quindi indicare che il formalismo quantistico, sia che venga interpretato alla Copenhagen sulla base dell'ipotesi della completezza (secondo cui la funzione d'onda si applica alla descrizione dei sistemi fisici individuali e le relazioni d'indeterminazione non hanno un semplice valore statistico ma costituiscono un divieto al possesso simultaneo di posizione e impulso ben definiti cui non si può sottrarre alcun microoggetto), sia che non venga interpretato, implica gravi violazioni dei postulati relativistici.

L'argomento di Garuccio e Selleri può essere naturalmente considerato come un significativo rafforzamento rispetto alle conclusioni degli esperimenti mentali di Einstein e Popper. Se ci chiediamo tuttavia se esso dimostri veramente che il formalismo quantistico è non locale (è questo il termine generalmente usato per le teorie con azione a distanza) indipendentemente da qualsiasi interpretazione filosofica dei suoi principi e concetti fondamentali, possiamo renderci facilmente conto come la situazione non stia esattamente in questi termini⁽¹¹⁾.

A questo scopo ritorniamo alla situazione fisica descritta nella sez. 7, in cui

ogni singolo atto di misura non realizzato dal primo strumento M_A sul sistema α comporta un cambiamento del valore dell'osservabile $\langle J^2 \rangle$ sul secondo apparato M_B di una quantità corrispondente ad \hbar^2 . Ora, dato che l'ordine di grandezza di \hbar corrisponde a 10^{-54} (erg · s)², sarà necessario poter disporre di un numero N di eventi indipendenti sufficientemente grande affinché la perturbazione su M_B possa assumere un valore osservabile. Ma il problema riguarda proprio questo ordine di grandezza di N e conseguentemente l'ampiezza dell'intervallo di tempo che è necessario attendere per poter rilevare un qualche effetto fisico sull'apparato M_B . Infatti, per quanto sensibile possa essere scelto M_B , risulterà comunque sempre molto difficile stabilire un ragionevole limite di tempo per poter registrare un effetto osservabile.

In questo modo un'adesione al punto di vista strettamente operazionista dell'interpretazione ortodossa consentirebbe l'eliminazione del meccanismo di azione a distanza istantaneo tra due sistemi spatio-temporalmente separati, come α e β o come M_A e M_B , a causa della natura «umanamente non verificabile» di simili effetti.

Se d'altra parte si condivide un'interpretazione (molto) moderatamente realistica che identifica la prevedibilità con certezza e senza perturbazione con una condizione sufficiente di realtà fisica, allora il cambiamento di \hbar del valore di $\langle J^2 \rangle$ sul secondo apparato M_B , in quanto prevedibile senza perturbare il sistema β , dovrà essere considerato come una proprietà di tale sistema fisico. In questo caso il processo di attribuzione della quantità $N\hbar^2$ (per N eventi indipendenti) all'osservabile $\langle J^2 \rangle$ definita su M_B , come conseguenza della misura *non realizzata* da M_A sulla particella α , reintrodurrà il

⁽¹¹⁾ G. TAROZZI: *On the essential role of the realist hypothesis in all derivations of EPR-type paradoxes*, *Epistemologia*, IV, 407 (1981).

meccanismo di azione a distanza tra M_A e M_B .

Un analogo appello a un'interpretazione realista non è comunque neppure estraneo agli argomenti di Einstein e Popper. Limitandoci al caso di quest'ultimo (il paradosso di Einstein del 1927 è molto meno grave perché, come si è visto, mette semplicemente in luce la natura non locale del postulato di riduzione del pacchetto d'onde nel caso di un'ordinaria misurazione compiuta su una singola particella e non, come nel caso di Popper o del famoso argomento con Podolsky e Rosen, su una delle due particelle di un sistema correlato) appare estremamente evidente il ricorso a un'ipotesi realista, quando si assume che la possibilità di prevedere con certezza la posizione della particella non misurata consente di attribuire a quest'ultima tale proprietà fisica ben definita, anche prima che abbia luogo una qualsiasi rivelazione della stessa. Le precedenti considerazioni mostrano quindi l'insostenibilità delle argomentazioni che cercano di ricondurre la natura non locale del formalismo quantistico all'interpretazione di Copenhagen. Sono anzi gli aspetti più esplicitamente soggettivistici di tale interpretazione — condensabili in due affermazioni, l'una di Heisenberg, secondo cui «la realtà fisica è evaporata», l'altra di Bohr, secondo cui «la meccanica quantistica non descrive i microoggetti, ma soltanto le conoscenze che noi abbiamo di essi» — che consentono di negare l'esistenza di azioni a distanza istantanee.

Se si assume infatti che la teoria quantistica non descrive più, attraverso la funzione d'onda, le proprietà del mondo fisico, ma soltanto la nostra conoscenza o gradi di conoscenza relativi ad esso — il che significa che la funzione d'onda può essere messa in corrispondenza solo con i

nostri stati mentali —, l'azione a distanza sparirebbe nello stesso modo in cui la realtà fisica è evaporata: tra due oggetti che non esistono, o meglio che esistono solo nelle nostre rappresentazioni mentali non possono propagarsi segnali reali.

Non è quindi sufficiente abbandonare l'interpretazione di Copenhagen come riteneva Einstein e come sostiene tuttora Popper, per avere ragione degli effetti superluminali. Al contrario è proprio esasperando gli aspetti più apertamente soggettivistici di tale interpretazione che, con la negazione della possibilità di definire proprietà oggettive sui microsistemi, viene automaticamente negata anche la possibilità di simili effetti.

Per chi tuttavia ritenga, come il presente autore, inaccettabile uno spostamento del dominio di descrizione delle teorie fisiche dal mondo empirico a quello dei nostri stati mentali, non resta che concludere che la meccanica quantistica è una teoria non locale.

9. Da quanto è stato appena mostrato, la teoria quantistica sembrerebbe quindi indicare la necessità del ripristino di schemi prerelativistici e in un certo senso premaxwelliani entro cui parrebbe lecito riaffermare la validità del teorema di Nobili sull'azione a distanza tra microoggetti.

A questo proposito Popper ha recentemente sostenuto⁽¹²⁾ la (eventuale) opportunità di operare una sostituzione dell'interpretazione di Einstein delle trasformazioni di Lorentz (cui secondo l'autore sarebbe essenzialmente riconducibile la formulazione einsteiniana della relatività

⁽¹²⁾ K. R. POPPER: *Realism in quantum mechanics and a new version of the EPR-experiment*, in *Open Questions in Quantum Physics*, a cura di G. Tarozzi e A. van der Merwe (Reidel, Dordrecht, 1985).

ristretta) con l'interpretazione data da quest'ultimo di tali trasformazioni e basata sull'ipotesi dell'etere, un altro vecchio concetto della fisica classica che sembrava essere stato definitivamente eliminato con l'avvento delle teorie relativistiche e quantistica. Non sarebbe quindi, secondo Popper, la struttura formale della teoria della relatività a dover essere modificata, ma soltanto l'interpretazione di quest'ultima data da Einstein.

Ci sembra che una simile opinione non possa essere condivisa sia perché le trasformazioni di Lorentz costituiscono un mero presupposto formale della teoria della relatività ristretta, non certo identificabile con tale teoria e neppure con il suo formalismo, sia perché un ritorno a teorie classiche o semiclassicali non sarebbe comunque sostenibile.

Contro una tale possibilità, a parte, naturalmente, il carattere in nessun modo conclusivo degli esperimenti sulle correlazioni a distanza, esiste infatti un teorema dimostrato da Selleri e dal presente autore⁽¹³⁾ che ha evidenziato come la meccanica classica, nelle sue formulazioni newtoniana e hamiltoniana, soddisfa sempre le prescrizioni della disuguaglianza di Bell (che, come è noto, è una diretta conseguenza del principio di località einsteiniano) che possono essere violate dalla teoria dello spin, che è la sola osservabile quantistica priva di un corrispondente analogo classico.

Appare quindi evidente che le violazioni di tale disuguaglianza comportano qualcosa di più della semplice reintroduzione di un meccanismo di azione a distanza di tipo newtoniano la cui esistenza non è sufficiente per condurre a previsioni in contrasto con le prescrizioni di Bell.

⁽¹³⁾ F. SELLERI e G. TAROZZI: *Nonlocal theories satisfying Bell's inequality*, *Nuovo Cimento B*, **48**, 120 (1978).

Naturalmente, non mi sembra opportuno riproporre il nostro teorema in questa sede e vorrei quindi limitarmi soltanto a rilevare che la sua validità si fonda sul fatto che le correlazioni a distanza tra due oggetti fisici spaziotemporalmente separati implicata dalla teoria quantistica avrebbero accanto alla caratteristica di propagarsi come in meccanica classica istantaneamente quella ulteriore di possedere un'efficienza indipendente dalla distanza, a differenza di quanto accade nelle teorie classiche. Ci troveremmo quindi di fronte a una forza propagantesi in modo ben più rapido della stessa legge del cubo delle distanze criticata da Nobili e che a un miliardo di anni luce di distanza manterrebbe inalterata tutta la sua efficienza.

Va comunque rilevato che l'esistenza di simili effetti sarebbe in contrasto con tutti gli altri tipi d'interazione fisica a noi conosciuti che presentano senza esclusione la caratteristica comune di decrescere all'aumentare della distanza. Come è infatti ben noto, le interazioni gravitazionali ed elettromagnetiche generano energie potenziali decrescenti in modo inversamente proporzionale alla distanza, mentre le interazioni nucleare e debole decrescono esponenzialmente e quindi in modo ancora più rapido.

Se tuttavia una tale esistenza sarà provata, essa non richiederà, come già si è detto, il ricorso a schemi classici di tipo newtoniano nei quali, richiamando Nobili, «le azioni variano al variare delle distanze cui si trovano i medesimi corpi». E questa mi sembra una conferma che la tesi dei ritorni a vecchi concetti, ipotesi o teorie non è coerentemente applicabile nei confronti dell'evoluzione storica della fisica che, nonostante il suo carattere non lineare, talora contraddittorio, e nonostante il continuo riproporsi di questioni

aperte e non risolte, appare quasi sempre e comunque un processo di tipo progressivo.

Come i quanti di luce di Einstein non sono semplicemente una riformulazione dell'ipotesi corpuscolare di Newton ed analogamente la teoria ondulatoria di de Broglie è profondamente diversa da quella di Maxwell, che si differenzia sensibilmente a sua volta dalle teorie di Grimaldi, Huyghens, Young e Fresnel, come l'etere di Dirac non è la pura riproposta

della corrispondente ipotesi ottocentesca, così le correlazioni a distanza della teoria quantistica, se non saranno — come sembrerebbe molto ragionevole per i motivi precedentemente esposti — confutate dagli esperimenti, non segnerebbero alcun ritorno a un meccanismo di attrazione e repulsione tra microoggetti analogo al tipo di azione a distanza che Nobili aveva cercato, attraverso il suo teorema, di estendere dai corpi celesti alle molecole.

Is Nondistributivity for Microsystems Empirically Founded?

F. SELLERI

Istituto di Fisica dell'Università - Bari
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sezione di Bari

G. TAROZZI

Istituto di Filosofia dell'Università - Bologna

(ricevuto il 27 Luglio 1977)

Summary. — Some authors have proposed nondistributive logic as a way out of the difficulties usually met in trying to describe typical quantum phenomena (e.g. the double-slit experiment). We show, however, that, if one takes seriously the wave-corpusele dualism, which was after all the central fact around which quantum theory was developed, ordinary (distributive) logic can fully account for the empirical observations. We, furthermore, point out that there are unavoidable physical difficulties connected with the adoption of a nondistributive corpuseolar approach.

1. — Introduction.

If one introduces the notion of *proposition* for any experiment leading to an alternative of which the terms are « yes » and « no », one sees that quantum mechanics associates projection operators to propositions ⁽¹⁾. BIRKOFF and VON NEUMANN ⁽²⁾ were the first to show that, according to quantum mechanics, the distributive law may not hold for three different propositions a , b , c :

$$(1) \quad a \wedge (b \vee c) \neq (a \wedge b) \vee (a \wedge c).$$

⁽¹⁾ J. M. JAUCH and C. PIRON: *Helv. Phys. Acta*, **36**, 827 (1963).

⁽²⁾ G. BIRKHOFF and J. VON NEUMANN: *Ann. of Math.*, **37**, 823 (1936).

This failure of the distributive law is related to the lack of commutativity of the projection operators ⁽³⁾.

How distributivity is violated in quantum mechanics can be seen with the following example. Consider the propositions

- a , the z -component of the spin of an electron is certainly $+\frac{1}{2}$;
- b , the x -component of the spin of an electron is certainly $+\frac{1}{2}$;
- b' , the x -component of the spin of an electron is certainly *not* $+\frac{1}{2}$ (therefore it is certainly $-\frac{1}{2}$).

To each of the previous propositions QM associates a projection operator. For instance, one has

$$(2) \quad a \leftrightarrow P_a \equiv |\sigma_z + \rangle \langle \sigma_z + |,$$

where

$$\sigma_x |\sigma_z + \rangle = \frac{1}{2} |\sigma_z + \rangle.$$

With a similar notation

$$(3) \quad b \leftrightarrow P_b \equiv |\sigma_x + \rangle \langle \sigma_x + |,$$

$$(4) \quad b' \leftrightarrow P_{b'} \equiv |\sigma_x - \rangle \langle \sigma_x - |.$$

The proposition $b \vee b'$ is obviously true in every state of the type

$$(5) \quad |\psi\rangle = \alpha |\sigma_x + \rangle + \beta |\sigma_x - \rangle.$$

This is, however, the most general form of a spin state which can always be developed over the two eigenstates of σ_x which form a complete set. The projection operator which gives $+1$ when applied to (5) is

$$(6) \quad P_{b \vee b'} = P_b + P_{b'} = I$$

because of completeness. Moreover, $b \vee b' = 1$.

Therefore,

$$(7) \quad a \wedge (b \vee b') = a \wedge 1 = a.$$

On the other hand, propositions like $a \wedge b$ and $a \wedge b'$ can be represented only by the zero operator (which is also a projection operator). In fact, within q.m. there is no state $|\psi\rangle$ in which one is certain that both a and b are true.

⁽³⁾ C. PIRON: *Foundations of Quantum Physics* (New York, N. Y., 1976).

Therefore, there is no operator $|\psi\rangle\langle\psi|$ which can represent $a\wedge b$. The only possibility is, therefore, $a\wedge b \leftrightarrow 0$, and the proposition $a\wedge b$ is always false. The same holds for $a\wedge b'$.

Therefore,

$$(8) \quad (a\wedge b)\vee(a\wedge b') = 0.$$

Comparing with (7), we see that distributivity is not valid. The conclusion is that the dual distributive laws

$$(9) \quad \begin{cases} a\wedge(b\vee c) = (a\wedge b)\vee(a\wedge c), \\ a\vee(b\wedge c) = (a\vee b)\wedge(a\vee c) \end{cases}$$

(which imply a Boolean algebraic structure for the propositions) are true in classical physics, but not in quantum mechanics. All this is well known⁽⁴⁾ and different attitudes are possible.

It is, for instance, possible to maintain that there are hidden variables such that the predictions of quantum mechanics are valid for «normal» ensembles, while for dispersion-free ensembles also propositions like $a\wedge b$ discussed above would make sense⁽⁵⁾. In this spirit, the nondistributivity of quantum logic would be due to the incompleteness of the theory.

In the approach of Jauch and Piron the nondistributivity of quantum systems can be considered more an intrinsic property of the *formal* structure of the theory than an objective physical property, not in contradiction with our previous remarks.

In recent times there have, however, been new proposals⁽⁶⁾ which try to give a direct empirical foundation to the nondistributive (ND) logic, in such a way as to give it the status of an inescapable law of nature. These proposals are discussed next.

2. - The logic of the double-slit experiment.

The starting point of these «empirical foundations» of quantum logic is often the double-slit experiment: a source S emits electrons with a rate low enough that no more than one electron at a time is present in the apparatus. The electrons arrive on a first screen and can pass through two slits A and B separated by a suitable macroscopic distance. If they pass, they later hit on

(4) M. JAMMER: *The Philosophy of Quantum Mechanics* (New York, N. Y., 1974).

(5) J. S. BELL: *Rev. Mod. Phys.*, **38**, 447 (1966).

(6) H. PUTNAM: *Is logic empirical?*, in *Boston Studies in the Philosophy of Science*, Vol. 5 (New York, N. Y., 1969); D. FINKELSTEIN: *The physics of logic, in Paradigms and Paradoxes* (Pittsburg, Pa., 1972).

a second screen X on which they are revealed together with their localization. The measured probability distribution on X shows the well-known interference pattern: everything happens as if every electron knew that both slits were open.

The direct empirical foundation of ND quantum logic was advocated, among others, by PUTNAM⁽⁷⁾. He showed that ordinary (distributive) logic plus some other assumptions considered obvious lead to the paradoxical conclusion that no interference of probabilities on the second screen is possible. The argument is more or less the following⁽⁸⁾:

define the propositions

- A_0 , the electron passed through slit A ;
- B_0 , the electron passed through slit B ;
- X_0 , the electron arrived on X .

According to the physical description of the experiment one has to assume that

- $A_0 \vee B_0$ is true for every electron arriving on X ,
- $A_0 \wedge B_0$ is never true.

Therefore, the probability of the electron arriving on X is given by

$$(10) \quad P[X_0] = P[X_0 \wedge (A_0 \vee B_0)].$$

Now, if the distributive law holds, it follows that

$$(11) \quad P[X_0] = P[(X_0 \wedge A_0) \vee (X_0 \wedge B_0)].$$

Since the two propositions A_0 and B_0 are disjunctive, because $A_0 \wedge B_0$ is never true, it follows from (11) that

$$(12) \quad P[X_0] = P[X_0 \wedge A_0] + P[X_0 \wedge B_0],$$

which is contradicted by the presence of interference.

The previous paradoxical argument rests on the following *basic* assumptions:

- a) validity of ordinary probability laws, used in (10) and in passing from (11) to (12);

(7) H. PUTNAM: *How to think quantum logically*, in *Logic and Probability in Quantum Mechanics* (Dordrecht, 1976).

(8) M. L. DALLA CHIARA: *A general approach to nondistributive logics*, University of Florence, preprint (1976).

- b) validity of ordinary logical laws, used in passing from (10) to (11);
- c) logical individuality of the electron, used just from the beginning when A_e and B_e were defined and when $A_e \wedge B_e$ was excluded.

In order to get rid of the paradox, some assumption has to be abandoned. PUTNAM⁽⁶⁾ proposed to abandon *b*) and to introduce a ND quantum logic. According to such a point of view, the double-slit experiment would represent a crucial development which would prove the falsity of the distributivity law of ordinary logic. This would make inescapable a change of conceptual perspective comparable with the one which followed the discovery of non-Euclidean geometries. Logic would in this way become, as geometry, an empirically founded science rather than a necessary *a priori* thought. While we agree, in principle, that logic is empirically founded, we believe that the previous argument does not require a *change* of logic. There is in fact, a far weaker assumption than the validity of the distributive law in point *c*) (logical individuality of the electron). This will be discussed in the following.

3. - The wave-corpusele dualism.

The «logical individuality of the electron» (point *c*) above) means, essentially, that the electron is a classical corpuscle, as is clear from the introduction of A_e , B_e , $A_e \vee B_e$ and from the refusal of $A_e \wedge B_e$. If the electron were a pure wave it is clear, for instance, that $A_e \wedge B_e$ should always be taken into account. In the words of Putnam⁽⁷⁾, «the world consists of particles, not of waves, nor of wave-particles». This particular attitude (refusal of the wave-particle dualism) was accepted also by LANDÉ⁽⁸⁾, but was refused by the very large majority of the physicists who created and developed quantum theory. In fact, the history of quantum mechanics can best be viewed, in our opinion, as the struggle between different points of view about the interpretation of the dualism. In this way, we are confronted with a new general philosophical interpretation of quantum theory which we shall call «nondistributive corpuscular» (NDC), which can be summarized in the following points:

- 1) a given theory T contains only one description of its substance matter D_1 (corpuscular), referring to a universe of discourse V , the whole of physics;
- 2) if we add the laws of ordinary logic to D_1 , our description contrasts with the experimental evidence of some microphenomena,
- 3) for the validity of the description D_1 it is necessary to change our ordinary logical laws, in particular to refute the principle of distributivity that should remain, however, valid in the macroscopic domain.

(⁶) A. LANDÉ: *Found. Phys.*, **1**, 191 (1971).

It is evident that such an epistemological attitude contrasts strongly with the complementary interpretation of quantum theory early proposed by BOHR, according to which

- 1) a given theory T contains two descriptions D_1 and D_2 (corpuscular and ondulatory) referring to the same universe of discourse V , microphysics;
- 2) neither D_1 nor D_2 , if taken separately, can explain in an exhaustive way all the phenomena of V ;
- 3) D_1 and D_2 are mutually exclusive, since their continuation in a single description was thought by BOHR to lead to logical contradiction.

Furthermore, NDC logic contrasts with the realistic interpretation advocated by EINSTEIN, DE BROGLIE that maintains the points 1) and 2) of complementarity, but differs in point 3) in which it is postulated that

- 3') the two descriptions D_1 and D_2 complete each other in the sense that corpuscles are considered in space, like in the classical description, and included at the same time in an extended ondulatory phenomenon ⁽¹⁰⁾.

Another common epistemological point of view related to the dualism wave-corpuscle was proposed after 1927 by the Göttingen school, in particular by HEISENBERG, BORN, JORDAN and also by DIRAC. According to them the role of science is restricted to the development of mathematical theories and the problem of explanation and of conceptual clarification is not different from the creation of a suitable and consistent formalism capable to provide predictions of experimental facts. Even this point of view is substantially different from the NDC quantum-logical approach because it does not *refuse* the wave-corpuscle dualism, but just considers it irrelevant, as a question that is outside science ⁽¹¹⁾.

Before passing to our considerations on NDC quantum logic, we shortly review the difficulties that are usually attributed to this approach:

- 1) It contrasts with experimental evidence. In the case of the double-slit or Davisson-Germer experiments, we are confronted with phenomena of interference and diffraction with peculiar ondulatory features.
- 2) One is dealing with an « *ad hoc* » formal structure that has neither been able to predict new physical events like non-Euclidean geometries, nor to give a conceptual clarification: in Bohr's opinion ⁽¹²⁾, such approaches risk to divert from the analysis of the real physical behaviour of microphenomena.

⁽¹⁰⁾ L. DE BROGLIE: *Ann. Fond. L. de Broglie*, **1**, 175 (1976).

⁽¹¹⁾ For a review of the different formulations of the dualism see: V. AUGELLI, A. GARUCCIO and F. SELLERI: *Ann. Fond. L. de Broglie*, **1**, 154 (1976).

⁽¹²⁾ N. BOHR: *Science*, **3**, 51 (1950).

3) Its acceptance is based on an inference that is false in NDC quantum logic, according to the example proposed by HEELAN⁽¹³⁾.

4. - Double-slit experiment with distributivity.

We will next show that, if one takes seriously the wave-particle dualism, one can explain quantum phenomena (the example discussed is, as usual, the double-slit experiment) with ordinary (distributive) logic.

In fact, the arrival of an electron on the screen with slits A and B is a complex phenomenon which consists of the arrival of an extended wave and of a localized corpuscle. Now we will define

- A_1 , the corpuscle passes through A ,
- B_1 , the corpuscle passes through B ,
- A_2 , the wave passes through A ,
- B_2 , the wave passes through B .

The events that take place in a real double-slit experiment, are, therefore,

$$(13) \quad \begin{cases} A_e = A_1 \wedge (A_2 \vee B_2), \\ B_e = B_1 \wedge (A_2 \vee B_2), \end{cases}$$

and one concludes that the arrival of an electron on the second screen X satisfies

$$X_e = X_e \wedge (A_e \vee B_e),$$

since A_e and B_e are mutually exclusive (also here it does not make any sense to talk about $A_e \wedge B_e$). Now the probability $P[X_e]$ is given by

$$(14) \quad \begin{aligned} P[X_e] &= P[X_e \wedge (A_e \vee B_e)] = \\ &= P[(X_e \wedge A_e) \vee (X_e \wedge B_e)] = P[X_e \wedge A_e] + P[X_e \wedge B_e]. \end{aligned}$$

Each of the two terms on the right-hand side of (14) gives rise to interference because of the structure (13) of A_e and B_e (the interference takes place between

⁽¹³⁾ P. HEELAN: *Quantum logic and classical logic: their respective roles*, in *Logical and Epistemological Studies in Contemporary Physics* (Dordrecht, 1974).

A_2 and B_2 and influences the corpuscle, for instance through the action of a suitable « quantum potential » (14).

The interference is destroyed if one tries to ascertain the slit through which the corpuscle passed, by putting some instrument beyond one of the two slits, even in the cases in which such an instrument does not reveal anything. In fact, now one deals with the modified events

$$(15) \quad \begin{cases} A'_0 = A_1 \wedge (A_2 \wedge B'_2), \\ B'_0 = B_1 \wedge (A'_2 \wedge B_2), \end{cases}$$

where B'_2 represents a wave which passes through B and is absorbed by the instrument placed beyond B and similarly for A'_2 . (It is absolutely necessary to assume that matter absorbs electron waves, otherwise, firstly waves would pass through the whole of the first screen and no interference effects would be produced and secondly it would not even make sense to talk about A_2 and B_2 .)

From the point of view of the second screen X , there is no difference at all between the events

$$(16) \quad \begin{cases} A'_0 = A_1 \wedge (A_2 \wedge B'_2), \\ A''_0 = A_1 \wedge A_2, \end{cases}$$

the second of which represents the case of slit B closed or between similarly defined events B'_0 and B''_0 . Therefore, a reasoning similar to the one which leads to (14) leads now to the conclusion

$$(17) \quad \begin{cases} P[X_0] = P[X_0 \wedge A'_0] + P[X_0 \wedge B'_0], \\ P[X_0] = P[X_0 \wedge A''_0] + P[X_0 \wedge B''_0], \end{cases}$$

in which no interferences can arise.

Against the previous model one can object that also events of the type

$$(18) \quad \gamma = A_2 \wedge B_2$$

are logically present (the corpuscle hits on the screen, but the wave passes through the slits). The experimental meaning of such events has always been rather obscure, so much that EINSTEIN used to talk about « ghost waves ». There have, however, been recent attempts to suggest empirical verifications of the existence of events like γ (15).

(14) D. BOHM and J.-P. VIGIER: *Phys. Rev.*, **96**, 208 (1954).

(15) F. SELLERI: *Lett. Nuovo Cimento*, **1**, 908 (1969); A. SZCZEPANSKI: *Found. Phys.*, **6**, 427 (1976).

5. - A further criticism of nondistributive logic.

There is a last criticism that we would like to make to the ND corpuscular approach. If one takes seriously the idea that the electron is a corpuscle without any associated wave, one does not see why there should be any difference between A_0 entering in (10) (case of both slits open) and A_0 which refers to an instrument placed beyond the slit B , but not revealing anything. In the second case, experimental evidence shows the destruction of the ordinary interference pattern for an ensemble of electrons which passed through A or through B with an instrument placed beyond the *other* slit. In the ND quantum-logic approach one concludes, therefore, that the insertion of an instrument, which acts only as a source of information for the observer, allows the validity of distributivity to be restored. This is hardly compatible with an ontologically based new quantum logic, because the effect of the instrument seems in these cases to be due to a sort of miraculous action at a distance which has the effect of restoring distributivity.

We are well aware of the fact that BOHR himself advocated the definition of phenomenon for a measurement in which a complete description of the experimental set-up is given. Bohr's point of view is, therefore, that double-slit experiments with or without an instrument placed beyond one slit are essentially different phenomena. But BOHR accepted the wave-particle dualism with his idea of complementarity, and we showed in the previous section that such an acceptance leads to an adequate description of all interference phenomena, including the difference between A_2 and A_2' . One has, in our opinion, no right to claim that the electron is a pure corpuscle and then to hide behind Bohr when it is objected that differences are observed even if a counter placed behind one slit counts nothing.

On the other hand, if the restoration of distributivity is connected with the possibility to make negative observation, this means that a mental act can modify real physical situations⁽¹⁶⁾.

In this way, electron quantum anomalies would be caused by a lack of information on its behaviour. An immediate consequence of this fact is that a physical object behaves in different ways according to the different degrees of knowledge that one has of it.

Our conclusion is, therefore, that the NDC logical approach, in addition to the difficulties previously expounded, meets with serious contradictions. In fact, if it is true that these contradictions concern also the standard formulation of QM, as RENNINGER⁽¹⁷⁾ showed, it is equally true that for QM exists in some

⁽¹⁶⁾ Such a point of view has been proposed in a different connection by LONDON and BAUER and, more recently, by WIGNER. See, E. P. WIGNER: *Remarks on the mind-body question*, in *The Scientist Speculates*, edited by I. J. GOOD (1961).

⁽¹⁷⁾ M. RENNINGER: *Zeits. Phys.*, **158**, 417 (1960).

way the possibility of overcoming them. Such a possibility seems, however, strictly associated to the acceptance of the wave-corpusele dualism. On the contrary, for the NDC logic which chooses a purely corpuscular interpretation, paradoxes of the previously proposed kind can be overcome only if one is ready to pay prices that are, in our opinion, absolutely unsustainable.

● RIASSUNTO

Alcuni autori hanno proposto una «logica non distributiva» come soluzione delle difficoltà sollevate da certi fenomeni quantici, come l'esperimento della doppia fenditura. Si mostra invece che, se si prende seriamente il dualismo onda-corpuscolo, che fu dopo tutto il fatto centrale attorno al quale si sviluppò la teoria quantistica, la logica ordinaria può pienamente spiegare le osservazioni sperimentali. Inoltre si fa notare che vi sono ineliminabili difficoltà fisiche connesse con l'adozione di un approccio non distributivo corpuscolare.

Является ли недистрибутивность для микросистем эмпирически установленной?

Резюме (*). — Некоторые авторы предполагают недистрибутивную логику как способ для того, чтобы обойти трудности, обычно встречающиеся при попытке описания типичных квантовых явлений (например, эксперимент с двумя щелями). Однако, мы показываем, что если принять корпускулярно-волновой дуализм, который, в конце концов, является центральным фактом, вокруг которого развилась квантовая теория, то обычная (дистрибутивная) логика может полностью объяснить эмпирические наблюдения. Мы отмечаем, что имеются неизбежные физические трудности, связанные с выбором недистрибутивного корпускулярного подхода.

(*) *Переведено редакцией.*